

Логические задачи



Способы решения задач

Разнообразие логических задач очень велико. Способов их решения тоже немало. Но наибольшее распространение получили следующие три способа решения логических задач:

1. При помощью рассуждений;
2. Табличный;
3. Средствами алгебры логики.



Решение задач при помощи рассуждений:

Этим способом обычно решают несложные логические задачи.

Задача 1.1

Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский".

Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?



Решение задач при помощи рассуждений:

Решение:

Имеются три утверждения:

1. Вадим изучает китайский; 0
2. Сергей не изучает китайский; 0
3. Михаил не изучает арабский.

Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно.

Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.



Решение задач при помощи рассуждений:

Решение:

Имеются три утверждения:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1. Вадим изучает китайский; | 0 |
| 2. Сергей не изучает китайский; | 0 |
| 3. Михаил не изучает арабский. | 1 |

Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе – ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

Ответ: Сергей изучает китайский язык, Михаил – японский, Вадим – арабский.



Решение задач при помощи рассуждений:

Задача 1.2

Министры иностранных дел России, США и Китая обсудили за закрытыми дверями проекты соглашения о полном разоружении, представленные каждой из стран.

Отвечая затем на вопрос журналистов: "Чей именно проект был принят?", министры дали такие ответы:

Россия – "Проект не наш, проект не США";

США – "Проект не России, проект Китая";

Китай – "Проект не наш, проект России".

Один из них (самый откровенный) оба раза говорил правду; второй (самый скрытный) оба раза говорил неправду, третий (осторожный) один раз сказал правду, а другой раз – неправду.

Определите, представителями каких стран являются откровенный, скрытный и осторожный министры.



Решение задач при помощи рассуждений:

Решение:

Для удобства записи пронумеруем высказывания дипломатов:

Россия – "Проект не наш" (1), "Проект не США" (2); 0

США – "Проект не России" (3), "Проект Китая" (4); 0

Китай – "Проект не наш" (5), "Проект России" (6).

Узнаем, кто из министров самый откровенный.

Если это российский министр, то из справедливости (1) и (2) следует, что победил китайский проект. Но тогда оба утверждения министра США тоже справедливы, чего не может быть по условию.

Если самый откровенный – министр США, то тогда вновь получаем, что победил китайский проект, значит оба утверждения российского министра тоже верны, чего не может быть по условию.



Решение задач при помощи рассуждений:

Решение:

Для удобства записи пронумеруем высказывания дипломатов:

Россия – "Проект не наш" (1), "Проект не США" (2); 0

США – "Проект не России" (3), "Проект Китая" (4); 0

Китай – "Проект не наш" (5), "Проект России" (6). 1

Получается, что наиболее откровенным был китайский министр. Действительно, из того, что (5) и (6) справедливы, следует, что победил российский проект. А тогда получается, что из двух утверждений российского министра первое ложно, а второе верно. Оба же утверждения министра США неверны.

Ответ: Откровеннее был китайский министр, осторожнее – российский, скрытнее – министр США.



Решение задач табличным способом:

При использовании этого способа условия, которые содержит задача, и результаты рассуждений фиксируются с помощью специально составленных таблиц.

Задача 2.1

В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Бориса, Сергея и Василия, умеющих играть на скрипке, флейте, айте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что:

1. Сергей самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Борис любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Сергей мирит их;
5. Борис не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?



Решение задач табличным способом:

Решение:

Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Борис						
Сергей						
Василий						

Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют.



Решение задач табличным способом:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Борис	0	0	1	1	0	0
Сергей	0	1	0	0	1	0
Василий	1	0	0	0	0	1

1. Сергей самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Борис любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Сергей мирит их;
5. Борис не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.



Решение задач табличным способом:

Задача 2.2

Три одноклассника – Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего – регби.

Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра – единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги.

Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен.

Определите, кто чем любит заниматься, в свободное время и у кого какая профессия.



Решение задач табличным способом:

Решение:

Здесь исходные данные разбиваются на тройки (имя – профессия – увлечение):

Имя			
Профессия			
Увлечение			



Решение задач табличным способом:

Решение:

Имя	Юра	Влад	Влад
Профессия	физик	врач	юрист
Увлечение	бег	туризм	регби

Один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего – регби.

Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени,
хотя его сестра – единственный врач в семье, заядлый
турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги.

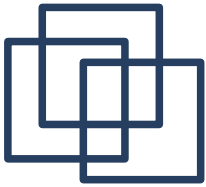
Забавно, но у двоих из друзей в названиях их
профессий и увлечений не встречается ни одна буква их
имен.



Решение задач табличным способом:

В семье четверо детей. Им 5, 8, 13 и 15 лет. Их зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребёнку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на три?

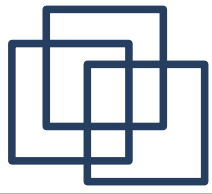
	Аня	Боря	Вера	Галя
5	0	0	1	0
8	0	1	0	0
13	1	0	0	0
15	0	0	0	1



На школьной дискотеке Валентин, Николай, Владимир и Алексей, все из разных классов, танцевали с девочками, но каждый танцевал не со своей одноклассницей. Лена танцевала с Валентином, Аня – с одноклассником Наташи, Николай – с одноклассницей Владимира, а Владимир – с Олей. Кто с кем танцевал, и кто с кем учится?

пары	Валентин	Николай	Владимир	Алексей
Лена	1	0	0	0
Аня	0	1	0	0
Наташа	0	0	0	1
Оля	0	0	1	0

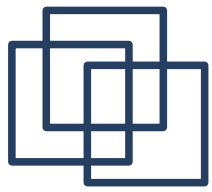
одноклассники	Валентин	Николай	Владимир	Алексей
Лена	0	0	0	1
Аня	0	0	1	0
Наташа	0	1	0	0
Оля	1	0	0	0



Решение задач средствами алгебры логики:

Обычно используется следующая схема решения:

- 1. Изучить условие задачи;*
- 2. Выделить простые высказывания и обозначить их буквами;*
- 3. Записать условие задачи на языке алгебры логики.*
- 4. Составить конечную формулу, для этого объединить логическим умножением формулы каждого утверждения, приравнять произведение к единице.*
- 5. Упростить формулу.*
- 6. Проанализировать полученный результат или составить таблицу истинности, найти по таблице значения переменных, для которых значение функции равно 1.*
- 7. Из полученных значений истинности формулы определяются значения истинности введённых логических высказываний, на основании которых делается заключение о решении.*



Решение задач средствами алгебры логики:

Задача 3.1

Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

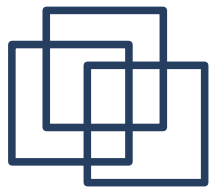
– Вот увидишь, Шумахер не придет первым, – сказал Джон. – Первым будет Хилл.

– Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, – воскликнул Ник. – А об Алезе и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

– Хиллу не видать первого места, а вот Алезе пилотирует самую мощную машину.

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из двух предположений двоих друзей подтвердилось, а оба предположения третьего из друзей оказались неверны. Кто выиграл этап гонки?



Решение задач средствами алгебры логики:

Решение:

Введем обозначения для логических высказываний: S – победит Шумахер; H – победит Хилл; A – победит Алези.

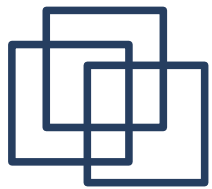
Реплика Ника "Алези пилотирует самую мощную машину" не содержит никакого утверждения о месте, которое займёт этот гонщик, поэтому в дальнейших рассуждениях не учитывается.

Зафиксируем высказывание каждого из друзей:

Джон: $\bar{S} \& H$

Ник: $S \& \bar{A}$

Питер: H



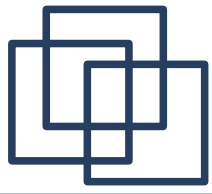
Решение задач средствами алгебры логики:

Решение:

Учитывая то, что предположения двух друзей подтвердились, а предположения третьего неверны, запишем и упростим истинное высказывание:

$$\begin{aligned} & \overline{(S \& H) \& (S \& A) \& H} \vee \overline{(S \& H) \& (S \& \overline{A}) \& H} \vee \overline{(\overline{S} \& H) \& (S \& \overline{A}) \& \overline{H}} = \\ & = 0 \vee 0 \vee (S \vee \overline{H}) \& S \& \overline{A} \& \overline{H} = \\ & = S \& \overline{H} \& \overline{A} \end{aligned}$$

Высказывание $S \& H \& A$ истинно только при $S=1, A=0, X=0$



Решение задач средствами алгебры логики:

Задача 3.2

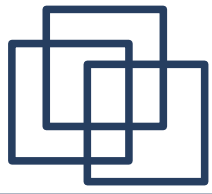
Андрей, Аня и Маша решили пойти в кино. Каждый из них высказал свои пожелания по поводу выбора фильма.

Андрей сказал: “Я хочу посмотреть французский боевик”.

Маша сказала: “Я не хочу смотреть французскую комедию”.

Аня сказала: “Я хочу посмотреть американскую мелодраму”.

Каждый из них слукавил в одном из двух пожеланий. На какой фильм пошли ребята?



Решение задач средствами алгебры логики:

Решение:

Выделим простые высказывания и запишем их через переменные:

A - “Французский фильм”

B - “Боевик”

C - “Комедия”

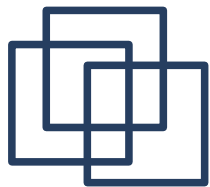
D - “Мелодрама”

Запишем логические функции (сложные высказывания).
Учтем условие о том, что каждый из ребят оказался прав в одном предположении:

а) “Французский боевик” – $\bar{A} \& B \vee A \& \bar{B}$

б) “Не французская комедия” – $\bar{\bar{A} \& C} \vee \bar{A \& \bar{C}}$

в) “Американскую мелодраму” – $\bar{\bar{A} \& D} \vee \bar{A \& \bar{D}}$



Решение задач средствами алгебры логики:

Решение:

Запишем произведение указанных функций:

$$\overline{(A \& B \vee A \& \overline{B})} \& \overline{(\overline{A} \& C \vee A \& \overline{C})} \& \overline{(\overline{A} \& D \vee A \& \overline{D})} = 1$$

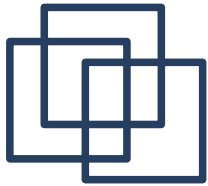
Упростим логическое выражение:

$$\overline{(\overline{A} \vee B)} \& \overline{(B \vee A)} \& \overline{(\overline{A} \vee D)} \& \overline{(D \vee A)} = 1$$

A	B	D	F
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

Ответ:

Французская мелодрама
Американский боевик



Определить участника преступления, исходя из двух посылок:

- 1) "Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал";
- 2) "Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал".

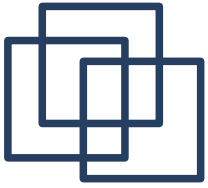
I - "Иванов участвовал в преступлении";

P - "Петров участвовал в преступлении";

S - "Сидоров участвовал в преступлении" .

В виде формул:

$$\neg I \vee P \rightarrow S \text{ и } \neg I \rightarrow \neg S$$



Задание на дом:

§ 25